Індивідуальне завдання №7

**Метод Гауса – Зейделя**

Ітераційний процес цього методу відрізняється від методу простої ітерації тим, що при численному рішенні системи = B, обчислення (k+1)го наближення при i>1 використовуються вже раніше обчислені (k+1) наближення невідомих , , … , , та k-і наближення невідомих , , … ,.

Розглянемо систему:

(1)

Припустимо, що , , ≠0.

Отримаємо систему у вигляді:

(2)

Візьмемо деякі наближення та підставимо його у (2) таким чином, що

(3)

Обчисленням закінчується перша ітерація. У результаті отримаємо , , . В загальному випадку k-е наближення визначається через формули:

(4)

Даний метод відомий як ітераційний метод Гауса-Зейделя. Варто зауважити, що області збіжності методу простих ітерацій та методу Гауса-Зейделя розбіжні, тобто може виявитися, що для деяких систем метод Гауса-Зейделя збігається, а для методу простих ітерацій є розбіжним, та навпаки. При виконанні:

i = (, метод збігається.

Алгоритм численного рішення СЛАР методом Гауса-Зейделя:

1. Перевіримо чи виконується умова діагонального переважання.   
   Якщо ця умова виконується для усіх строк матриці, то обчислюємо елементи матриці B:

і , ,

1. Якщо умова діагонального переважання не виконується, то необхідно привести систему до вигляду зручного для ітерацій.
2. Обчислити норму матриці B:

Якщо , значить, що ітераційний процес збігається.

1. Оберемо у якості начального наближення
2. Представимо ітераційний процес у вигляді (4) та реалізуємо його k-раз.

.

Початкова система рівнянь має вигляд:

Перемножимо матриці

Перемножимо матриці

**=**

Приведемо до вигляду:

N1

N2

N3

N4

Відповідь:

Перевірка:

**Код рішення завдання на мові программування Python**

x1 = 0  
x2 = 0  
x3 = 0  
**for** i **in** range(30):  
 x1 = 0.613 - 0.258 \* x2 - 0.661 \* x3  
 x1 = round(x1, 3)  
 x2 = 0.318 - 0.747 \* x1 + 0.043 \* x3  
 x2 = round(x2, 3)  
 x3 = 0.211 - 0.676 \* x1 + 0.126 \* x2  
 x3 = round(x3, 3)  
 print(**"N = "**, i + 1)  
 print(**"x1 = 0.613 - 2.518 \* "**, x2, **" - 0.661 \* "**, x3, **" = "**, x1)  
 print(**"x2 = 0.318 - 0.747 \* "**, x1, **" + 0.043 \* "**, x3, **" = "**, x2)  
 print(**"x3 = 0.211 - 0.676 \* "**, x1, **" + 0.126 \* "**, x2, **" = "**, x3)

print(**"Корни уравнения: "**,**"\n"**, x1, x2, x3)

**Виведення консолі:**

N1

N2

N3

N4

Корни уравнения:

**Висновок:**

Можна помітити, що при знаходженні відповідей рішення системи є невеликі розбіжності, тому що рахуючи вручну ми використовуємо ε = 0,001 (припустиме наближення).

Література:

1. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы: Учеб. Пособие для вузов М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1989. – 432 с.

2. Методи обчислень: навчально-методичний посібник для студентів фізико-математичного факультету / Б.М. Ляшенко, О.М. Кривонос, Т.А. Вакалюк.- Житомир Вид-во ЖДУ ім. І. Франка 2014. – 224с. (Укр.мов.) ст. 31 -32

3. Чисельні методи : навчальний посібник / В. М. Задачин, І. Г. Конюшенко. – Х.: Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. – 180 с. (Укр. мов.) ст 37